8. CINEMATIQUE DU SOLIDE INDEFORMABLE

-Composition de mouvement-

Elaboré par : Youssef RAHOU, janvier 2019

1. Introduction :

La cinématique consiste à la description du mouvement des systèmes matériels sans pour autant tenir en compte les causes qui y sont derrière.

Lors des deux chapitres précédents, deux méthodes d'évaluation des grandeurs cinématiques ont été mises en place, la dérivation directe, et la propriété du champ des vecteurs vitesse. Tout en remarquant qu'il était possible de déduire des vitesses en passant par des repères intermédiaires, cette remarque mène au concept de composition de mouvement, qui fera **l'objet de ce présent chapitre**, pour ainsi introduire une troisième méthode de calcul cinématique, mais plus globalement, un nouveau concept pratique pour traiter quelques situations cinématiques, et ce en traitant les axes suivants :

- Etablir la relation de composition des vecteurs vitesse, en se basant sur la méthode de la dérivation directe ainsi que la propriété du champ des vecteurs vitesse.
- Etablir la relation de composition des vecteurs rotation, en s'appuyant sur la relation de changement de base de dérivation.
- Etablir de ce qui précède, la notion de composition des torseurs cinématiques.
- Expliciter un cas particulier d'utilisation de la relation de composition des vecteurs vitesse : **le roulement sans glissement**.
- Etablir une relation de composition des vecteurs accélération.

2. Composition des torseurs cinématiques:

2.1. Composition des vecteurs vitesse :

2.1.1. Propriété et définitions :

La composition de mouvement permet de simplifier les calculs en passant du calcul d'une vitesse ou une accélération dans un repère **relativement ''loin''**, vers un **repère ''proche''**. En effet le calcul dans un repère proche implique moins de calculs intermédiaires.

Concrètement, reprenons l'exemple du robot Ericc 3 :

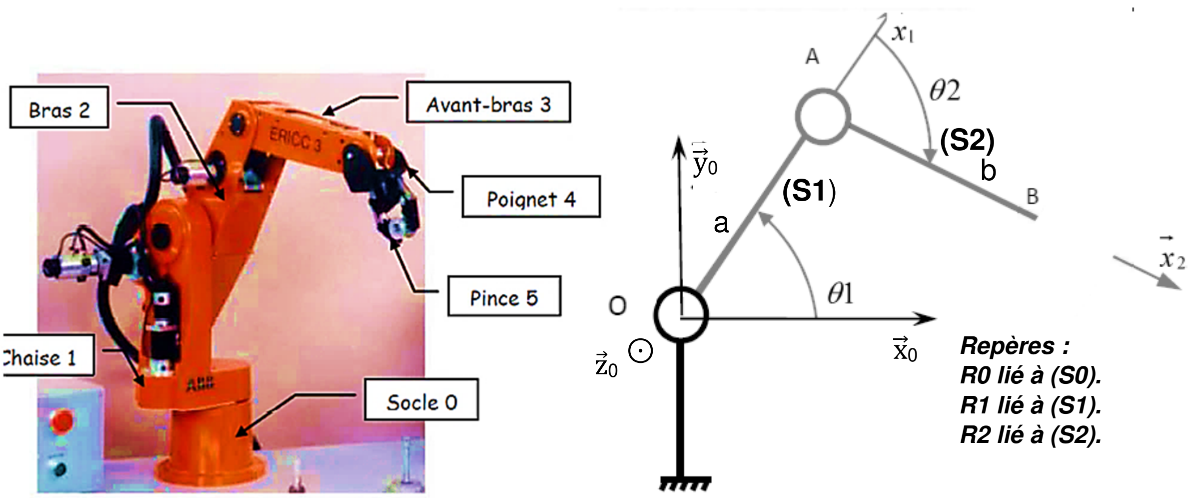

Figure.1. Robot Ericc 3, mécanisme réel et schéma cinématique simplifié

Intéressons-nous à l'évaluation de la vitesse $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R0})$=$\vec{V}(\mathrm{B} \in \mathrm{S2/R0})$, **il serait utile de passer par le repère R1**, puisque le calcul de la vitesse de B dans R1, $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R1})$= $\vec{V}(\mathrm{B} \in \mathrm{S2/R1})$ serait plus simple. Quelle relation pourrait exister entre $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R0})$ **et** $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R1})$?

En effet, $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R0})=\left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{OB}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R0}} = \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R0}} + \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R0}}$

Or, d'une part : $\left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{OA}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R0}}=\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{A/R0})$.

et d'autre part : $\left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R0}}= \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R1}}+\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}$.

Il vient que : $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R0})=\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{A/R0})+\left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R1}}+\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}$.

Or, A est fixe dans R1, et donc : $\left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}(\mathbf{t})\right]_{\mathbf{R1}} = \vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R1})$.

D'où : $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R0})=\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{A/R0})+ \vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R1})+\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}$.

Si on s'intéresse au point B, considéré lié au solide (S1), la propriété de champ de vitesse permet d'écrire : $\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{A} \in \mathbf{S1/R0})+ \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}=\vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B} \in \mathbf{S1/R0})$.

Remarquons que : $\vec{V}(\mathrm{A/R0})=\vec{V}(\mathrm{A} \in \mathrm{S1/R0})$ *(il suffit de faire le calcul par dérivation pour le terme à droite et en utilisant la relation du champ des vecteurs vitesse pour le terme à gauche, pour le démontrer).*

Enfin, on obtient : $\vec{V}(B/R0)=\vec{V}(B \in R1/R0)+\vec{V}(B/R1)$

En règle générale, la vitesse d'un point B lié à un solide (S), en mouvement par rapport à deux repères R0 et R1, vérifie la relation suivante :

$$\vec{V}(B/R0)= \vec{V}(B/R1)+\vec{V}(B \in R1/R0)$$

- $\vec{V}(B/R0)$ **est le vecteur <u>vitesse absolue</u>,** car évalué dans le repère absolu.
- $\vec{V}(B/R1)$ **est le vecteur <u>vitesse relative</u>**, car évalué relativement par rapport à un repère autre que le repère absolu.
- $\vec{V}(B \in R1/R0)$ **est le vecteur <u>vitesse d'entraînement</u>**, car quantifie le mouvement du repère relatif par rapport au repère absolu.

Remarque :

- Dans le cas où le point B n'appartient à tout instant au solide (S), mais simplement considéré lié à (S), il faut le préciser dans la relation précédente en écrivant :

$$\vec{V}(B \in S/R0)= \vec{V}(B \in S/R1)+\vec{V}(B \in R1/R0)$$

Si le repère R2 est lié à (S) (voir exemple Robot Ericc ci-dessus), cette relation s'écrit aussi :

$$\vec{V}(B \in R2/R0)= \vec{V}(B \in R2/R1)+\vec{V}(B \in R1/R0)$$

- La différence majeur entre la relation de composition de mouvement et la propriété de champ des vecteurs vitesse, est que la première met en jeu **un seul point et différents repères**, alors que la relation de champ des vecteurs vitesse, **met en jeu différents points et un seul repère.**

2.1.2. **Application :**

Reprenons le cas du robot Ericc 3,

La relation de composition des vecteurs vitesse s'écrit :

$$\vec{V}(B/R0)= \vec{V}(B/R1)+\vec{V}(B \in R1/R0)$$

Avec :

- $\vec{V}(B/R1)=\vec{V}(B \in S2/R1)= \vec{V}(A \in S2/R1)+ \vec{\Omega}(S2/R1) \wedge \overrightarrow{AB}$ *(propriété de champ des vecteurs vitesse dans le solide (S2)).*

Or, $\vec{V}(A \in S2/R1)=\vec{0}$, car A est point de l'axe de la liaison pivot entre (S2) et (S1), d'où :

$\vec{V}(B/R1)=\vec{\Omega}(S/R) \wedge \overrightarrow{AB}=\dot{\theta}_2.\vec{z} \wedge b.\vec{x}_2=b.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2.$

De même :

Or, $\vec{V}(0 \in R1/R0)=\vec{0}$, car A est point de l'axe de la liaison pivot entre (S1) et (S0), d'où :

- $\vec{V}(B \in R1/R0)= \vec{V}(0 \in R1/R0)+ \vec{\Omega}(S1/R0) \wedge \overrightarrow{0B}$ *(propriété de champ des vecteurs vitesse dans le solide (S1)).*

$\vec{V}(B \in R1/R0)=\vec{\Omega}(S1/R0) \wedge \overrightarrow{0B}=\dot{\theta}_1.\vec{z} \wedge (a.\vec{x}_1+b.\vec{x}_2)= a.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1+ b.\dot{\theta}_1.\vec{y}_2.$

- Enfin :

$$\vec{V}(B/R0) = b.\dot{\theta}_2.\vec{y}_2 + a.\dot{\theta}_1.\vec{y}_1 + b.\dot{\theta}_1.\vec{y}_2$$

2.2. Composition des vecteurs rotation :

2.2.1. Définition :

En parallèle à la relation de composition des vecteurs vitesse, essayons d'établir, de manière analogue, une relation de composition des vecteurs rotation.

Considérons le solide (S) en mouvement par rapport à deux repères R0 et R1. Soit un repère R2 lié à (S). Voyons quelle relation existe-t-elle entre $\vec{\Omega}(S/R0)$ et $\vec{\Omega}(S/R1)$?

Pour un vecteur $\vec{U}(t)$ quelconque, la relation de changement de base entre R0 et R1, R1 et R2, et R0 et R2 donne respectivement :

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R0} = \left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R1} + \vec{\Omega}(R1/R0) \wedge \vec{U}(t) \qquad \text{relation 1}$$

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R1} = \left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R2} + \vec{\Omega}(S/R1) \wedge \vec{U}(t) \qquad \text{relation 2}$$

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R0} = \left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R2} + \vec{\Omega}(S/R0) \wedge \vec{U}(t) \qquad \text{relation 3}$$

En sommant membre à membre les relations (1) et (2), on obtient :

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R0} = \left[\frac{d}{dt}\vec{U}(t)\right]_{R2} + [\vec{\Omega}(R1/R0) + \vec{\Omega}(S/R1)] \wedge \vec{U}(t) \qquad \text{relation 4}$$

Les deux relations (3) et (4), permettent de déduire que :

$$\vec{\Omega}(S/R0) = \vec{\Omega}(S/R1) + \vec{\Omega}(R1/R0)$$

Qui s'écrit aussi :

$$\vec{\Omega}(R2/R0) = \vec{\Omega}(R2/R1) + \vec{\Omega}(R1/R0)$$

Pour un solide (S), en mouvement par rapport à deux repères R0 et R1, la relation de composition des vecteurs rotation s'écrit :

$$\vec{\Omega}(S/R0) = \vec{\Omega}(S/R1) + \vec{\Omega}(R1/R0)$$

Remarque :

- La relation précédente permet d'écrire :

$$\vec{\Omega}(R2/R2) = \vec{\Omega}(R2/R1) + \vec{\Omega}(R1/R2) = \vec{0}.$$

D'où :

$$\vec{\Omega}(R2/R1) = -\vec{\Omega}(R1/R2)$$

2.3. Composition des torseurs cinématiques :

2.3.1. **Définition :**

Pour le solide (S) en mouvement par rapport à deux repères R0 et R1, les résultats précédents permettent d'établir une relation de composition de torseurs cinématiques, en effet :

La relation de composition des vecteurs rotation s'écrit :

$$\vec{\Omega}(S/R0)= \vec{\Omega}(S/R1)+ \vec{\Omega}(R1/R0)$$

Pour un point B lié à (S), la relation de composition des vecteurs vitesse s'écrit :

$$\vec{V}(B \in S/R0)= \vec{V}(B \in S/R1)+\vec{V}(B \in R1/R0)$$

Ces deux relations peuvent s'écrire sous forme d'une seule relation entre torseurs :

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(S/R0) \\ \vec{V}(B \in S/R0) \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(S/R1) \\ \vec{V}(B \in S/R1) \end{array} \right\}_B + \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(R1/R0) \\ \vec{V}(B \in R1/R0) \end{array} \right\}_B$$

Pour un solide (S), en mouvement par rapport à deux repères R0 et R1, la relation de composition des torseurs cinématiques s'écrit :

$$\{ v(S/R0) \}= \{ v(S/R1) \}+ \{ v(R1/R0) \}$$

Cette relation doit s'écrire au même point, par conséquent **il faut réduire les torseurs au même point B.**

Remarque :

- Par opposition aux fermetures géométrique et angulaire, la relation de composition des torseurs cinématiques permet d'établir une fermeture cinématique qui porte sur les vitesses, qui est simplement la dérivée des deux premières fermetures.

3. Le vecteur vitesse de glissement :

3.1. Définition et propriété :

Soit un solide (S2) en **contact ponctuel** avec un autre solide (S1) et **P** le plan tangent commun à (S1) et (S2) :

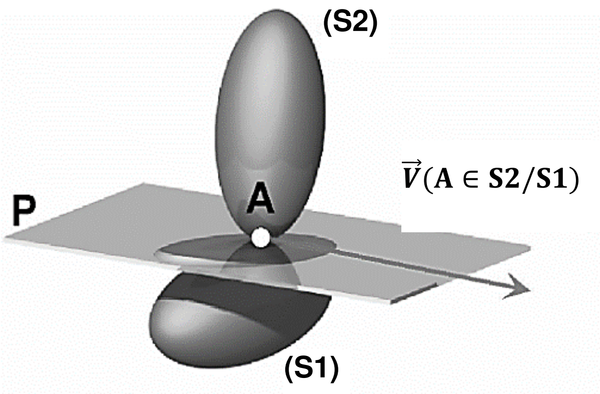

Figure.2. modèle de contact ponctuel entre deux solides.

On appelle **vecteur vitesse de glissement du point A du solide (S2) par rapport au solide (S1)**, le vecteur :

$$\vec{V}(\mathrm{A} \in \mathrm{S2/S1})$$

Ce vecteur vitesse de glissement $\vec{V}(\mathrm{A} \in \mathrm{S2/S1})$ est situé dans P ; plan tangent commun à (S1) et (S2) en A.

3.2. Le roulement sans glissement :

3.2.1. Définition :

On dit que (S2) roule sans glisser sur (S1) en A, lorsque **le vecteur vitesse de glissement $\vec{V}(\mathrm{A} \in \mathrm{S2/S1})$ est nul :**

$$\vec{V}(\mathrm{A} \in \mathrm{S2/S1}) = \vec{0}$$

Remarque :

Rappelons, qu'au niveau du point de contact A entre les deux solides (S1) et (S2), on distingue trois ''points'' différents :

- Un point A lié au solide (S1).
- Un point A lié au solide (S2).
- Le point de contact A, qui par définition représente le contact et n'appartient ni à (S1) ni à (S2).

La composition de vitesse en A s'écrit :

$$\vec{V}(A \in S2/R0) = \vec{V}(A \in S2/S1) + \vec{V}(A \in S1/R0)$$

La propriété de roulement sans glissement impose donc :

$$\boxed{\vec{V}(A \in S2/R0) = \vec{V}(A \in S1/R0)}$$

3.2.2. **Application :**

Soit R (O, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$) un repère lié au bâti (S0), deux roues de friction (S1) et (S2) sont en liaison pivot, respectivement, d'axes (O, $\vec{z}$) et (A, $\vec{z}$) par rapport à (S0). Le point A est sur l'axe (O, $\vec{y}$). Les deux roues de friction sont en contact au point I, et ont pour rayon, respectivement r_1 et r_2. Soit R1 (O, $\vec{x}_1$, $\vec{y}_1$, $\vec{z}$) un repère lié à la roue (S1),

On pose $\theta_1 = (\vec{x}, \vec{x}_1)$, $\vec{\Omega}(S1/R) = \omega_1.\vec{z}$ et $\vec{\Omega}(S2/R) = \omega_2.\vec{z}$. Soit un point P de la roue S1 tel que : $\overrightarrow{OP} = r_1.\vec{x}_1$.

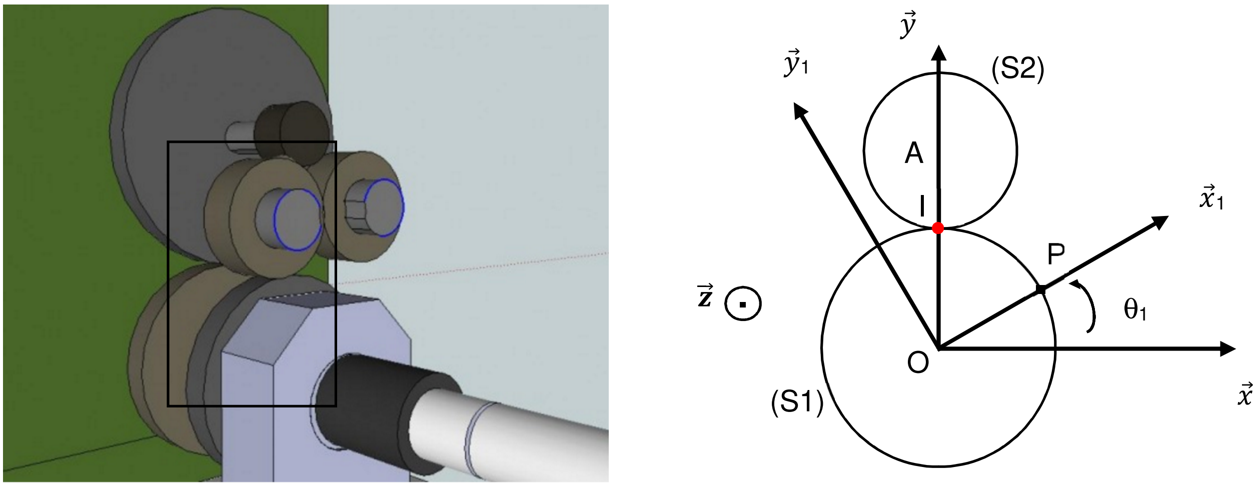

Figure.3. Roues de friction, modèle et schéma simplifié.

- La relation de champ de vitesses dans le solide (S1) permet d'exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}(I \in S1/R)$:

$$\vec{V}(I \in S1/R) = \vec{V}(0/R) + \vec{\Omega}(S1/R) \wedge \overrightarrow{OI} = \omega_1.\vec{z} \wedge r_1.\vec{y} = -\mathbf{r_1.\omega_1.\vec{x}}$$

- De même, la relation de champ de vitesses dans le solide (S2) permet d'exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}(I \in S2/R)$:

$$\vec{V}(I \in S2/R) = \vec{V}(A/R) + \vec{\Omega}(S2/R) \wedge \overrightarrow{AI} = \omega_2.\vec{z} \wedge -r_2.\vec{y} = \mathbf{r_2.\omega_2.\vec{x}}$$

- La condition de roulement sans glissement de (S2) sur (S1) au point I s'écrit :

$$\vec{V}(I \in S2/S1) = \vec{0}$$

Pour exploiter cette condition, écrivons la relation de composition des vitesses au niveau du même point I :

$$\boxed{\vec{V}(I \in S2/R) = \vec{V}(I \in S2/S1) + \vec{V}(I \in S2/R) = \vec{V}(I \in S1/R)}$$

Ainsi : $$-r_1.\omega_1.\vec{x} = r_2.\omega_2.\vec{x}$$

- La loi entrée-sortie des deux roues de friction s'écrit donc :

$$\boxed{\omega_2 = -\frac{r_1}{r_2}.\ \omega_1}$$

4. Composition des vecteurs accélération :

4.1. Propriété et définitions :

Le chapitre précédent a permis d'établir une relation entre les vecteurs accélération de deux points A et B d'un même solide (S) (ou considérés appartenir à ce dernier):

$$\vec{\Gamma}(\mathbf{B} \in \mathbf{S/R}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{A} \in \mathbf{S/R}) + \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{(\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{S/R})}\right]_{\mathbf{R}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}} + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{S/R}) \wedge [\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{S/R}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}])$$ relation 5

Cette relation fait apparaitre **deux points différents et un seul repère R**. Dans ce chapitre, on établira une nouvelle relation de composition des accélération, qui lie les vecteurs accélération du **même point dans des repères différents**.

Reprenons la relation établie dans le paragraphe 2 en lien avec l'exemple du robot Ericc 3 :

$$\vec{V}(\mathbf{B/R0}) = \vec{V}(\mathbf{A/R0}) + \vec{V}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}.$$

Où R0 est lié au bâti, R1 est un repère lié au bras (S1) et B est un point de R2, repère lié à (S2). **A est un point fixe dans R1.**

Dérivons cette relation membre à membre **dans R0** pour faire apparaitre les termes accélération :

$$\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\mathbf{B/R0})\right]_{\mathbf{R_0}} = \left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\mathbf{A/R0})\right]_{\mathbf{R_0}} + \left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\mathbf{B/R1})\right]_{\mathbf{R_0}} + \left[\frac{d}{dt}\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0})\right]_{\mathbf{R_0}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}} + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\mathbf{AB}}\right]_{\mathbf{R_0}}$$

Voyons ces cinq termes un par un :

- Par définition : $\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\mathbf{B/R0})\right]_{\mathbf{R_0}} = \vec{\Gamma}(\mathbf{B/R0})$.
- De même : $\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\mathbf{A/R0})\right]_{\mathbf{R_0}} = \vec{\Gamma}(\mathbf{A/R0})$.
- Concernant le troisième terme, il faut faire apparaitre une dérivée par rapport à R1, en vue d'avoir une accélération, et ce en utilisant la relation de changement de base de dérivation :
  $\left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\mathbf{B/R1})\right]_{\mathbf{R_0}} = \left[\frac{d}{dt}\vec{V}(\mathbf{B/R1})\right]_{\mathbf{R_1}} + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{V}(\mathbf{B/R1}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{V}(\mathbf{B/R1})$.
- Le quatrième terme reste inchangé.
- Le dernier terme peut aussi être exprimé par rapport à R1, en utilisant la relation de changement de base de dérivation :
  $\left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\mathbf{AB}}\right]_{\mathbf{R_0}} = \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\mathbf{AB}}\right]_{\mathbf{R_1}} + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}} = \vec{V}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}$.
  D'où : $\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \left[\frac{d}{dt}\overrightarrow{\mathbf{AB}}\right]_{\mathbf{R_0}} = \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{V}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge [\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}]$.

Il vient donc :

$$\vec{\Gamma}(\mathbf{B/R0}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{A/R0}) + \vec{\Gamma}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{V}(\mathbf{B/R1}) + \left[\frac{d}{dt}\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0})\right]_{\mathbf{R_0}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}} + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{V}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge [\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\boldsymbol{AB}}].$$

Ainsi :

$$\boxed{\vec{\Gamma}(\mathbf{B/R0}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\Gamma}(\mathbf{A/R0}) + \left[\frac{d}{dt}\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0})\right] \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}} + \vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge [\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}] + \mathbf{2}\,\vec{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{V}(\mathbf{B/R1})}$$

Remarque :

En retrouve la relation 5, en considérant que B appartient à R1, comme A :

$$\vec{\Gamma}(\mathbf{B} \in \mathbf{R1/R0}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{A/R0}) + \left[\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}}\overrightarrow{(\mathbf{\Omega}(\mathbf{R1/R0})}\right]_{\mathbf{R_0}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}} + \vec{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge [\vec{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}].$$

Ce qui permet d'évoluer la relation encadrée, pour obtenir :

$$\vec{\Gamma}(\mathbf{B/R0}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\Gamma}(\mathbf{B} \in \mathbf{R1/R0}) + \mathbf{2}\,\vec{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R1})$$

En synthèse, Pour le point B d'un solide (S) en mouvement par rapport à deux repère R0 et R1, la relation de composition des vecteurs accélération s'écrit :

$$\vec{\Gamma}(\mathbf{B/R0}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{B/R1}) + \vec{\Gamma}(\mathbf{B} \in \mathbf{R1/R0}) + \mathbf{2}\,\vec{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R1})$$

- $\vec{\Gamma}(\mathbf{B/R0})$ est nommé vecteur accélération absolue.
- $\vec{\Gamma}(\mathbf{B/R1})$ est nommé vecteur accélération relative.
- $\vec{\Gamma}(\mathbf{B} \in \mathbf{R1/R0})$ est nommé vecteur accélération d'entraînement.
- Le terme $\mathbf{2}\,\vec{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \vec{\boldsymbol{V}}(\mathbf{B/R1})$ est nommé vecteur accélération de Coriolis.

Remarque :

- Le vecteur accélération d'entraînement $\vec{\Gamma}(\mathbf{B} \in \mathbf{R1/R0})$ est calculé en utilisant **la relation 5** :

  $$\vec{\Gamma}(\mathbf{B} \in \mathbf{R1/R0}) = \vec{\Gamma}(\mathbf{A} \in \mathbf{R1/R0}) + \left[\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}}\overrightarrow{(\mathbf{\Omega}(\mathbf{R1/R0})}\right]_{\mathbf{R_0}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}} + \vec{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge [\vec{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{R1/R0}) \wedge \overrightarrow{\mathbf{AB}}].$$

- Il est intéressant de passer par un point A fixe dans R0.